Paper - 12 Solutiuon

(3)

ઉકેલ: અહીં $\bar{x} = (2,-m,3m)$ અને $\bar{y} = (1+m,-2m,1)$વચ્ચે લઘુકોણ બને છે.

$\therefore \bar{x}.\bar{y} > 0 \quad \therefore 2(1+m)+2m^2+3m>0$

$\therefore 2m^2+5m+2>0 \quad \therefore 2m^2+4m+m+2>0$

$\therefore 2m(m+2)+1(m+2)>0 \quad \therefore (m+2)(2m+1)>0$

$\therefore m<-2$ અથવા $m>-\frac{1}{2}$

(7) 9 દડા 9 ખોખામાં મૂકવાના છે.9 ખોંખા એટલા નાના છે કે જેમાં 5 દડા મૂકી શકાતા નથી, તો દરેક ખોંખામાં એક એક દડો......રીતે મૂકી શકાય.

ઉકેલ : 5 દડા 3 નાના ખોખાંમાં સમાતા નથી.

બાકીના 6ખોખામાંથી 5 ની સપંદગી કરી આ મોટા દડા ${}_6P_5$રીતે મૂકી શકાશે.

હવે,6 માથી વધેલું 1ખોખું અને નાનાં 3 ખોખાં એમ કુલ 4 ખોખામાં વધેલાં 4દડા 4 ! રીતે મૂકી શકાશે.

$\therefore$ બધા દડા મૂકવાના પ્રકાર $= {}_6P_5 \times 4\,! = 720 \times 24 = 17280$

(10) $x = \pi/4$ આગળ વક્ર $y = 2\cos x$ ના સ્પર્શકનું સમીકરણ ?

ઉકેલ : $y = 2\cos x$

$x = \frac{\pi}{4}, \; y = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ અને $\frac{dy}{dx} = -2.\sin x \;\therefore \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=\pi/4} = -\sqrt{2}$

$\therefore$ સ્પર્શકનુંસમીકરણ $\left(\frac{\pi}{4},\sqrt{2}\right) \Rightarrow y-\sqrt{2} = -\sqrt{2}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$.

(14) ત્રિહાર નિશ્ચાયકમાં પ્રથમ સ્તંભનો દરેક ઘટક બે પદોનો બનેલો છે. દ્રિતિય સ્તંભનો દરેક ઘટક ત્રણ પદોનો બનેલો છે. અને તૃતિય સ્તંભનો દરેક ઘટક ચાર પદોનો બનેલો છે. તો તેને n નિશ્ચાયકોમાં વહેચી શકાય છે. જ્યાં n કેટલું મૂલ્ય ધરાવે છે?

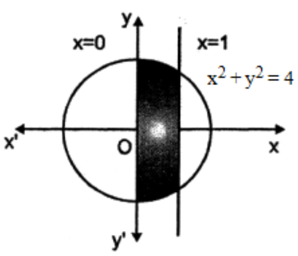
ઉકેલ : $2 \times 3 \times 4 = 24$

(15) જો A, B, C ત્રણ ગણ એવા છે કે જેથી $A \cup B = A \cup C$ અને $A \cap B = A \cap C$ થાય, તો.........

ઉકેલ : તે સ્પષ્ટ છે.

(17) $x = 0$ અને $x = 1x^2 + y^2 = 4$ દ્વારા ઘેરાતું ક્ષેત્રફ઼ળ = ...

ઉકેલ:



આકૃતિમાં દર્શાવ્યા પ્રમાણે માંગેલું ક્ષેત્રફ઼ળ X - અક્ષ પ્રત્યે સંમિત છે.

માંગેલુંક્ષેત્રફળ $= 2\int_0^1 \sqrt{4-x^2}\,dx = 2\left[\frac{x\sqrt{4-x^2}}{2} + \frac{4}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)\right]_0^1$

$= 2\left[\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\times\frac{\pi}{6}\right] = \sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$

(18) $\int_0^a \frac{dx}{x+\sqrt{a^2-x^2}} =$ ....

ઉકેલ : $x = a\sin t$ મૂકતાં

$I = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos t}{\sin t + \cos t}\,dt = \frac{\pi}{4}$

(19) નીચેના પૈકી માત્ર કયું વિધાન માત્ર પુનરાવૃતિ છે ?

ઉકેલ : $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

$[p \wedge (\sim p \vee q)] \rightarrow q$

$[(p \wedge \sim p) \vee (p \wedge q)] \rightarrow q$

$[c \vee (p \wedge q)] \rightarrow q \qquad [p \wedge \sim p \equiv c \equiv$ contradiction કારણ કે $c \vee p \equiv p]$

$\Rightarrow (p \wedge q) \rightarrow q$

$\Rightarrow \sim(p \wedge q) \vee q \quad \Rightarrow (\sim p \vee \sim q) \vee q \quad \Rightarrow \sim p \vee (q \vee \sim q)$

$\Rightarrow \sim p \vee (t) \equiv$ માત્ર પુનરાવૃતિ

(20) $\lim_{x\to 0} \frac{(1-x)^n - 1}{x} =$ ....

ઉકેલ: $\lim_{x\to 0} \frac{(1+nx+{}^nC_2x^2+\ldots\text{higher powers of } x \text{ to } x^n)-1}{x} = n$

Aliter: L – Hospital નો નિયમ લાગુ પાડતાં,

(23) (1, 2, 3) અને (4, 21) ના જોડાણનું સમતલ કયા ગુણોત્તરમાં વિભાજન કરે છે ?

ઉકેલ : ધારાકે (1, 2, 3) અને (4, 2, 1)ના જોડાણનું xy–સમતલ $\lambda : 1$ ગુણોત્તરમ ાંવિભાજન કરે છે, તો વિભાજન બિંદુના યામ :

$\left(\frac{4\lambda+1}{\lambda+1}, \frac{2\lambda+2}{\lambda+1}, \frac{\lambda+3}{\lambda+1}\right)$

આ બિંદુ xy–સમતલ પર આવેલું છે.

$\therefore z-$યામ $= 0 \Rightarrow \frac{\lambda+3}{\lambda+1} = 0, \lambda = -3$

આથી, (1, 2, 3) અને (4, 2, 11) ના જોડાણનું xy–સમતલ 3 : 1 ગુણોત્તરમ ાંવિભાજન કરે છે.

(24) દરેક $n \in N$ માટે $10^{2n+1} + 1$ નીચે પૈકી કોના વડે ભાગી શકાય છે?

ઉકેલ : $P(n) = 10^{2n-1} + 1, n \in N \;\therefore P(i) = 10^{2-1} + 1 = 11$

ધારો કે $P(k) : 10^{2k-1} + 1 = 11m, m \in N$ સત્ય છે.

હવે $n = 2k + 1$ માટે $P(k + 1) = 10^{2(k+1)-1} + 1 = 10^{2k+1} + 1$
$= (11m - 1)100 + 1 = 1100m - 99 = 11(100m - 9)$
$= 11k_1, k_1 \in N \Rightarrow P(k + 1)$ સત્ય છે. $P(n)$ સત્ય છે.

(25) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+a}+\sqrt{x+b}} = ...$

ઉકેલ : $\int \frac{dx}{\sqrt{x+a}+\sqrt{x+b}} = \int \frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{x+b}}{(x+a)-(x+b)}dx$

$= \frac{1}{(a-b)}\int (x+a)^{1/2}dx - \frac{1}{(a-b)}\int (x+b)^{1/2}dx$

$= \frac{2}{3(a-b)}[(x+a)^{3/2} - (x+b)^{3/2}] + c.$

(26) જેનું પ્રથમ પદ a અને સામાન્ય તફાવત r હોય તેવી સમગુણોત્તર શ્રેણી લો. જો A અને H એ સમગુણોત્તર શ્રેણીના પ્રથમ n પદો માટે અનુક્રમે સમાંતર મધ્યક અને સ્વરિત મધ્યક હોય, તો A.H. = ...

ઉકેલ: $A = \frac{a + ar + ar^2 + ... ar^{n-1}}{n} = \frac{a(1-r^n)}{n(1-r)};$

$H = \frac{1}{\frac{\frac{1}{a}+\frac{1}{ar}+....+\frac{1}{ar^{n-1}}}{n}} = \frac{n(r-1)r^n}{\frac{r}{a}(r^n-1)}.$

$\therefore A.H = a^2r^{n-1}$

(27) જમીન પરના કોઇ બિંદુથી ટાવરનો ઉત્સેધકોણ એટલો છે કે જેથી તેનો અભિલંબ 3/5 થાય. હવે ટાવર તરફ 32 મીટર ચાલતાં, ઉત્સેધકોણ પરનો અભિલંબ 2/5 થાય છે. તો ટાવરની ઊંચાઇ ....

ઉકેલ : $\cot\alpha = \frac{3}{5}, \ \cot\beta = \frac{2}{5}, \ 32 = h\cot\alpha - h\cot\beta$

$h = \left(\frac{32}{\cot\alpha - \cot\beta}\right) = \frac{32}{1/5} = 160m.$

(28) બિંદુઓ (2, -3, 1) અને (3, -4, -5)ને જોડતી રેખા એ સમતલ $2x + y + z = 7$ ને કયા બિંદુમાં છેદે ?

ઉકેલ: ગુણોત્તર $= \left[\frac{2(2)+(-3)(1)+(1)(1)-7}{2(3)+(-4)(1)+(-5)(1)-7}\right] = -\left[\frac{-5}{-10}\right] = -\left(\frac{1}{2}\right)$

$\therefore x = \frac{2(2)-(3)}{1} = 1, \ y = \frac{-3(2)-(-4)}{1} = -2$

અને $z = \frac{1(2)-(-5)}{1} = 7$ તેથી $P(1, -2, 7)$

(29) વિકલ સમીકરણ $\cos^2 x \frac{d^2y}{dx^2} = 1$ નો ઉકેલ શોધો.

ઉકેલ : $\cos^2 x \frac{d^2y}{dx^2} = 1 \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \sec^2 x$

સંકલન કરતાં $\frac{dy}{dx} = \tan x \pm c_1$ મળે.

ફરીથી સંકલન કરતાં $y = \log \sec x \pm c_1x \pm c_2$ મળે.

(30) આપેલ સંખ્યાઓ 10, 8, 12, 11, 14, 9, 6 નો વિસ્તાર શોધો.
ઉકેલ : અહિં વિતરણનું મહત્તમ મૂલ્ય અને ન્યૂનત્તમ મૂલ્ય અનુક્રમે 14 અને 6 છે માટે, વિસ્તાર = 14 - 6 = 8